J Jpn Ind Manage Assoc 58, 173-181, 2007

Original

A Production-Sales Model for Maximizing Profit

——Make-to-Order or Make-to-Stock? ——

Toshitake KOHMURA,[1] Kazunobu FUKUSHIMA[1] and Masamitsu KIUCHI[1]

Abstract

This paper presents a generalized production-sales model that can be used to maximize profit. The proposed model determines whether a Make-to-Order system or a Make-to-Stock system is the most profitable in a given situation. Applying the two parameters of stock cost and customer' s allowance of lead time, the production-sales profit is calculated based on the condition that the product demand in a unit period is followed by a probability distribution. By finding the inventory level that maximizes the production-sales profit, the solution for the mathematical model is found. A retail store maintains some inventory for selling a product to customers during a given unit period. If demand is more than expected and the inventory becomes insufficient, the retail store asks the manufacturing plant to supply additional volume to the store. Since it takes a certain lead time to deliver the additional inventory, it becomes necessary to make the customer wait for a given lead time. The yield parameter is the percentage of customers willing to wait.

Key words: Make-to-Order, Make-to-Stock

[1] Josai University
Received: June 5, 2006
Accepted: March 2, 2007

論　文

利益最大化のための生産販売方式の研究

——Make-to-Order 方式か Make-to-Stock 方式か——

香村俊武[1], 福島和伸[1], 木内正光[1]

生産工場と販売店間の協調関係を表現するモデルを提案する．本モデルを解析することにより，Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型のいずれの生産販売方式が利益を最大にするかという問題に解答を与える．本論文においては，この両極の方式を包含する範囲内の生産販売方式をモデルとして設定する．在庫のための費用と顧客の歩留り率の二つをパラメータとして用いて，商品の生産販売の利益を表す．単位期間における商品の需要が確率分布をすることを前提にして，販売店の在庫量をいくらにすれば生産販売利益が最大になるかを解析する数理モデルを提唱し，そのモデルを用いて上記の問題を解く．

キーワード： Make-to-Order, Make-to-Stock

1. はじめに

販売店に商品を求めに来る顧客の数は日々変化して，商品の需要を前以って予測するのは難しい．そのため販売店が需要を多めに予測して多く商品を仕入れると，売れ残りが生じる．売れ残った商品を倉庫に保管して後日の販売に回すことができるとしても，保管するための在庫費用がかかる．また，販売店が需要を少なめに予測して少なく商品を仕入れると，商品は売り切れるが，販売機会を損失する．このため，商品の仕入れ量，あるいは，在庫量をいくらにすれば，利益を最大にすることができるかという経営上の問題が生じる．企業が商品を生産販売するときの生産販売方式を類別化するとき，通常，Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つの生産販売方式に大別するが，実際の企業の生産販売方式はこの二つの方式を両極とする中間的な方式になっていると考えられる〔1〕． Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つを包含する生産販売方式の数理モデルを設定すると，生産販売の利益を最大にする生産販売方式を求める問題を解くことができ，商品を生産販売する企業グループにとって Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型のいずれの生産販売方式がより多くの利益をもたらし，また，企業が中間的生産販売方式から Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型のいずれの生産販売方式に近づけると利益をより増すことができるかという問題を解決することができる．従来は Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つを包含する生産販売方式の最適化については，通常，待ち行列を用いて議論されている〔2〕,〔3〕.

Make-to-Order 型生産販売方式の成否は顧客の歩留り率の高低に強く依存し，また，Make-to-Stock 型生産販売方式の成否は在庫費用の大小に強く依存する．このため，Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つの生産販売方式を一つの数式で表現するためには，在庫費用と顧客の歩留り率の二量をパラメータとして導入することが本質的であり，欠かすことができない．この観点から，本論文においては，Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つを包含する範囲内の生産販売方式を数理モデル化する．この両極の生産販売方式を表現するために本質的であり，欠かすことができない在庫費用比と顧客の歩留り率の二量をパラメータとして用い，単位期間における商品の需要が確率分布をすることを前提にして，商品の生産販売利益を表す式を設定する．実際に，在庫費用比と顧客の歩留り率の二量をパラメータとして用いる生産販売方式の数理モデルは Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の両生産販売方式やこの両極の方式を包含する範囲内の生産販売方式の特徴をよく表現する．この生産販売利益を表す式を用いて，販売店の在庫量をいくらにすれば生産販売利益を最大にすることができるかの問題を解く．本研究の新規性は Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つを包含する生産販売方式を簡潔なモデルで表すことである。このようなモデルを用いた取り組みは著者達が知る限りでは他になされていない．

なお，本論文においては，モデルを鮮明にするために，生産工場と販売店から成る企業グループを対象の一例として扱うが，この数理モデルは Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つを包含する範囲内の生産販売方式を本質的に表現しており，企業活動のいろ

[1] 城西大学
受付：2006年6月5日，再受付（3回）
受理：2007年3月2日

いろな側面に適用できる．この点については，最終章で議論する．

2. 生産販売利益の最大化

2.1 モデルの解説

本モデルにおいては，販売店は，単位期間に販売するための商品を在庫して準備するが，需要が多くて在庫品が不足した場合には，生産工場にその商品を追加供給するように依頼することにする．そして，商品を追加補充するために要するリードタイムまで商品の購入を待ってもらえるかを顧客に尋ねることにして，その間顧客が商品を購入する意志を持続する歩留り率をパラメータとして取り扱う〔4〕．この歩留り率と在庫費用比をパラメータとして用い，商品の生産販売の利益を定式化して，Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つの生産販売方式を包含する数理モデルを構築する．利益の最大値問題を解いて利益を最大化する生産販売方式を求め，そして，歩留り率と在庫費用のいずれを改善するとより増益を得ることができるかを議論する．

顧客の歩留り率は販売店が商品を追加補充する量により変わりうるが，本論文においては，顧客の歩留り率は追加補充量に依存せず一定であるとして，生産販売利益の最大値を計算する．

本論文において以下の記号を用いる．

m: 単位商品あたりの販売利益 (=販売価格－生産費)
c: 単位商品あたりの在庫費用
I: 販売店において単位期間に販売するために準備する商品の在庫量
d: 単位期間あたりの需要量
y: 在庫品が不足した場合に、販売店が生産工場から商品を追加補充するときの需要の歩留り率
S: 単位期間あたりの商品の販売量

2.2 需要量の確率分布関数

顧客各人が単位期間にこの販売店から商品を最大 1 個買うとして，買う確率を p とし，買わない確率を q とする．

$$p+q=1. \tag{1}$$

この場合，単位期間において顧客がこの商品を購入する需要量 d は確率分布をして，その分布関数 $f(d)$ は二項分布になる〔5〕,〔6〕．顧客の数を N 人とすると，

$$f(d)={}_N\mathrm{C}_d p^d q^{N-d} \tag{2}$$

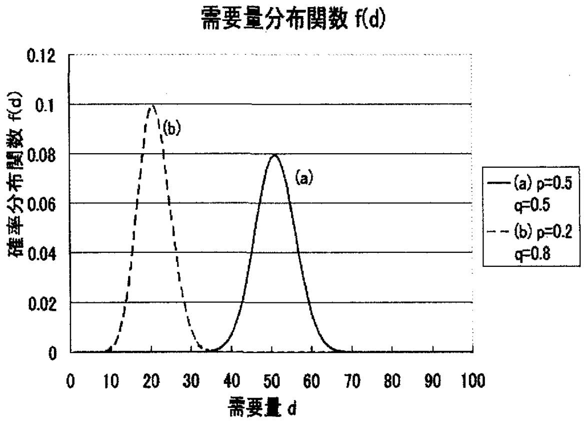

図 1 需要量 d の確率分布関数 $f(d)$．(a) p=0.5, q=0.5, (b) p=0.2, q=0.8.

である．ただし，${}_N\mathrm{C}_d$ は組み合わせの数である．単位期間におけるこの商品の需要量 d の全確率は

$$\sum_{d=0}^{N} f(d)=1 \tag{3}$$

である．また，単位期間における需要量 d の期待値は

$$\sum_{d=0}^{N} f(d)d=pN \tag{4}$$

になる．

本論文では，需要量 d が二項確率分布をする場合について，生産販売利益を最大にする生産販売方式を求める．需要分布関数 $f(d)$ として二項分布を設定する理由と、他の分布を用いる場合についての議論は最終章で述べる．

以下では，顧客数 $N=100$ として，(a) 需要が比較的に多い $p=0.5$，$q=0.5$ である場合と，(b) 需要が比較的に少ない $p=0.2$，$q=0.8$ である場合について，解析した結果を図示することにする．(a) と (b) の場合について，需要量 d の確率分布関数 $f(d)$ を図 1 に図示した．(a) の場合には需要量 d の確率分布関数 $f(d)$ は $d=pN=50$ を中心にして分布して，単位期間に平均として 50 個の需要があり，(b) の場合には確率分布関数 $f(d)$ は $d=pN=20$ を中心にして分布して，平均 20 個の需要があることを示している．

2.3 最大生産販売利益

販売店は商品の在庫量を一定値 $I\ (<N)$ にして，この準備のうえに単位期間の販売を開始するとする．期間ごとに需要量 d は確率分布をするため，需要量 d が在庫量 I を超過することがある．商品の在庫がなくなった場合には，販売店は生産工場に商品の追加供給

を要請する．追加補充するためには時間がかかるので，販売店は顧客にその商品を追加補充するために要するリードタイムだけ商品の購入を待ってもらえるかを尋ねる．その間顧客が購入の意志を持続する歩留り率を y とする．

販売店が単位期間にこの商品を販売する量 S は，需要量 d に依存して，

$$S(d) = \begin{cases} d, & d < I, \\ I + (d - I)y, & d > I \end{cases} \tag{5}$$

になる．単位期間における需要量 d が確率分布をするため，その期間に販売される商品の生産販売利益は確率分布をする．生産販売の利益の期待値 P は，在庫準備する量 I の関数になり，

$$\begin{aligned} P(I) &= m\sum_{d=0}^{N} f(d)S(d) - cI \\ &= m[\sum_{d=0}^{I-1} f(d)d + \sum_{d=I}^{N} f(d)\{I + (d-I)y\}] \\ &\quad -cI \\ &= m\{\sum_{d=0}^{N} f(d)d - (1-y)\sum_{d=I}^{N} f(d)(d-I)\} \\ &\quad -cI \\ &= m\{pN - (1-y)\sum_{d=I}^{N} f(d)(d-I)\} - cI \end{aligned} \tag{6}$$

になる．

生産販売利益の期待値 $P(I)$ を最大にする在庫量 $I = I_0$ を求めるために，在庫量を $I-1$ から I に1だけ増加した場合の生産販売利益の増加量 $\Delta P(I)$ を求めると，

$$\begin{aligned} \Delta P(I) &= P(I) - P(I-1) \\ &= m(1-y)\sum_{d=I}^{N} f(d) - c \end{aligned} \tag{7}$$

である．

1) $c < m(1-y)$ である場合

上式において $m(1-y) > 0$，かつ，$c > 0$ であり，需要量の確率分布関数 $f(d)$ の部分和 $\sum_{d=I}^{N} f(d)$ は在庫量 I を 0 から N へ増加するにつれて，1 から 0 へ単調に減少するため，生産販売利益の期待値の増加量 $\Delta P(I)$ は在庫量 I の単調減少関数になる．このため，$c < m(1-y)$ である場合には，在庫量 I を 0 から N へ増加すると，生産販売利益の増加量 $\Delta P(I)$ は正から負に変わる．したがって，在庫量 $I < I_0$ では $\Delta P(I) > 0$ であるが，$I > I_0$ では $\Delta P(I) < 0$ になる在庫量の臨界値 I_0 が存在し，生産販売利益の期待値 $P(I)$ は在庫量 $I = I_0$ であるとき最大になる．在庫量の臨界値 I_0 は

$$m(1-y)\sum_{d=I_0}^{N} f(d) - c = 0 \tag{8}$$

により求まる．この場合，生産販売利益の期待値を最大にする在庫量 $I = I_0$ は $\frac{c}{m(1-y)}$ の単調減少関数であり，$\frac{c}{m}$ や y が小さいときほど大きくなる．

(8) 式により求められる生産販売利益の期待値 $P(I)$ を最大にする在庫量 $I = I_0$ を $P(I)$ (6) 式に代入して，最大生産販売利益 $P(I_0)$ を求めると，

$$\begin{aligned} P(I_0) &= m\{pN - (1-y)\sum_{d=I_0}^{N} f(d)(d-I_0)\} \\ &\quad -cI_0 \\ &= mpN - c\frac{\sum_{d=I_0}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_0}^{N} f(d)} \end{aligned} \tag{9}$$

になる．

2) $c > m(1-y)$ である場合

この場合には，在庫量 I のすべての値について在庫量 I を一つ増やしたときの生産販売利益の増加分 $\Delta P(I) < 0$ であり，生産販売利益の期待値 $P(I)$ は在庫量

$$I = I_0 = 0 \tag{10}$$

であるときに最大になる．

生産販売利益の期待値 $P(I)$ を最大にする在庫量 $I = I_0 = 0$ を生産販売利益の期待値 $P(I)$ (6) 式に代入して，最大生産販売利益 $P(I_0 = 0)$ を求めると，

$$\begin{aligned} P(I_0 = 0) &= my\sum_{d=0}^{N} f(d)d \\ &= mypN \end{aligned} \tag{11}$$

になる．

図2と3に，上述の (a) と (b) の場合について，それぞれ，在庫費用比が $0 < c/m < 1$ であり，追加補充時の顧客の歩留り率が $0 < y < 1$ である領域において生産販売利益 $P(I)$ を最大にする在庫量 I_0 ((8) と (10) 式) を等高線でもって図示する．$y > -c/m + 1$ である領域においては全領域で $I_0 = 0$ であるが，$y < -c/m + 1$ である領域では I_0=一定になるのは

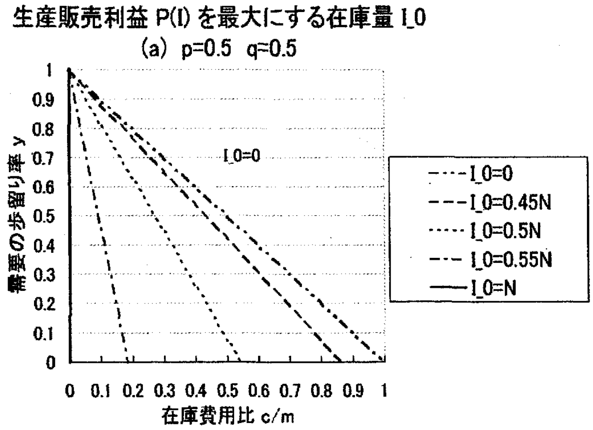

図 2 生産販売利益 $P(I)$ を最大にする在庫量 I_0. (a) p=0.5, q=0.5 の場合. 直線 $c/m = 0$ 上では $I_0 = N$ である.

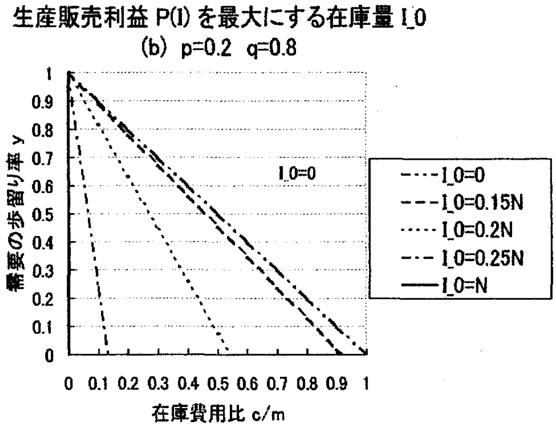

図 3 生産販売利益 $P(I)$ を最大にする在庫量 I_0. (b) p=0.2, q=0.8 の場合. 直線 $c/m = 0$ 上では $I_0 = N$ である.

点 $(c/m, y) = (0, 1)$ を通る一直線上の点になる. (a) と (b) のいずれの場合にも, 歩留り率 $y = 1$ である直線上では必要な在庫量 $I_0 = 0$ となり Make-to-Order 型の生産販売方式になることを表すのに対して, 在庫費用比 $c/m = 0$ である直線上では $I_0 = N$ となり Make-to-Stock 型の生産販売方式になることを表す.

図 4 と 5 に, 上述の (a) と (b) の場合について, それぞれ, 最大生産販売利益 $P(I_0)$ を等高線でもって図示する. (a) と (b) のいずれの場合にも, Make-to-Order 型の生産販売方式を表す直線 $y = 1$ 上と Make-to-Stock 型の生産販売方式を表す直線 $c/m = 0$ 上で、最大生産販売利益 $P(I_0)$ は等しくなり, 全領域内における最大の最大生産販売利益 $P(I_0) = mpN$ になる. $(c/m, y) = (1, 0)$ では、最大生産販売利益 $P(I_0) = 0$ である.

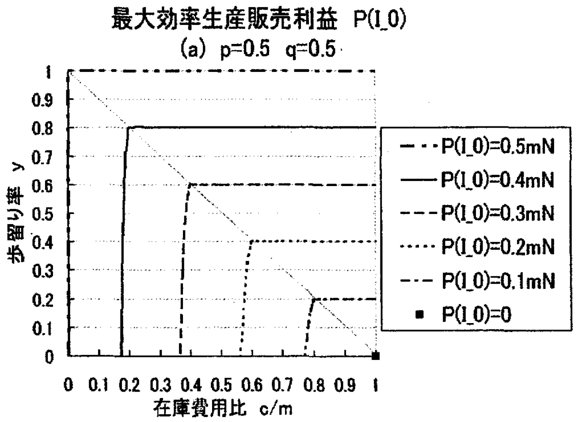

図 4 最大生産販売利益 $P(I_0)$. (a) p=0.5, q=0.5 の場合. 直線 $c/m = 0$ 上では $P(I_0) = 0.5mN$ である.

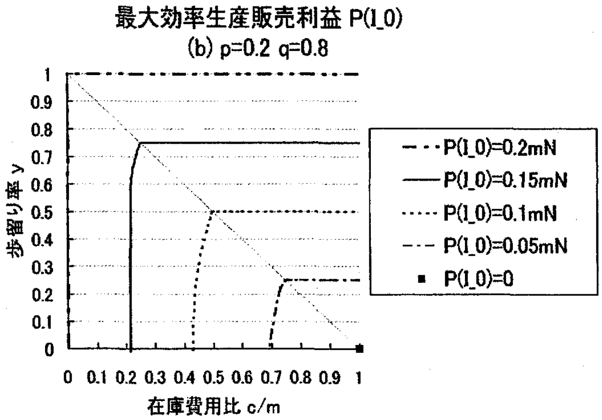

図 5 最大生産販売利益 $P(I_0)$. (b) p=0.2, q=0.8 の場合. 直線 $c/m = 0$ 上では $P(I_0) = 0.2mN$ である.

3. 歩留り率 y あるいは在庫費用 c の改善による増益

対象にしている生産販売企業グループの在庫費用 c と追加供給販売時の顧客の歩留り率 y の現在値をそれぞれ c_P と y_P とする．そして，在庫費用と追加供給販売時の歩留り率が現在値 c_P と y_P である条件下で生産販売利益 $P(I)$ が最大になるように販売店の在庫量 I が $I = I_{0P}$ に設定されていて，生産販売利益が最大値 $P(I_{0P})$ になっているとする．

本節においては，この企業グループが企業努力をして，1. 在庫費用は c_P に固定したまま，追加供給販売時の歩留り率 y を y_P から $y_P + \Delta y$ に改善した場合と，2. 追加供給時の歩留り率は y_P に固定したまま，在庫費用 c を c_P から $c_P - \Delta c$ に改善した場合の二つの場合を考え，この二つの場合について最大生産販売利益 $P(I_0)$ の増加量を比較することにより企業経営を改善する方策を探ることを考える．

3.1 歩留り率 y を y_P から $y_P + \Delta y$ に改善した場合

1) 企業の実績が $c_P < m(1-y_P)$ である場合には，歩留り率が y_P で、在庫費用が c_P である現状において生産販売利益の期待値 $P(I)$ が最大になる在庫量 $I = I_{0P}$ は，(8) 式により，

$$m(1-y_P)\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d) - c_P = 0 \tag{12}$$

を満たす．

歩留り率 y を y_P から $y_P + \Delta y$ に改善したとき，生産販売利益 $P(I)$ を最大にするためには在庫量 I_0 を I_{0P} から $I_0 = I_{0P} - \Delta I$ に減少する必要があるとすると，在庫量 I_0 を決定する (8) 式により，Δy と ΔI の関係式は線形近似〔7〕において

$$\begin{aligned}0 &= m\{1-(y_P+\Delta y)\}\sum_{d=I_{0P}-\Delta I}^{N} f(d) - c_P\\ &= m(1-y_P-\Delta y)\{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d) + f(I_{0P})\Delta I\}\\ &\quad -c_P\end{aligned} \tag{13}$$

となる．ゆえに，(12) 式を用いると，

$$(1-y_P)f(I_{0P})\Delta I = \sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d)\Delta y. \tag{14}$$

したがって，最大生産販売利益は，(9) 式により，線形近似において，

$$\begin{aligned}P(I_0) &= P(I_{0P}-\Delta I)\\ &= mpN - c_P\frac{\sum_{d=I_{0P}-\Delta I}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0P}-\Delta I}^{N} f(d)}\\ &= mpN - c_P\frac{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d)d + f(I_{0P})I_{0P}\Delta I}{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d) + f(I_{0P})\Delta I}\\ &= mpN - c_P\frac{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d)}[1\\ &\quad +\{\frac{f(I_{0P})I_{0P}}{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d)d} - \frac{f(I_{0P})}{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d)}\}\Delta I]\\ &= P(I_{0P}) + c_P\{\frac{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d)} - I_{0P}\}\\ &\quad \times\frac{\Delta y}{1-y_P}\end{aligned} \tag{15}$$

になる．

2) 企業実績が $c_P > m(1-y_P)$ である場合には，歩留り率 y を y_P から $y_P + \Delta y$ に改善したとき，最大生産販売利益は (11) 式により

$$P(I_0 = 0) = m(y_P + \Delta y)pN \tag{16}$$

となる．

3.2 単位商品あたりの在庫費用 c を c_P から $c_P - \Delta c$ へ改善した場合

1) 企業実績が $c_P < m(1-y_P)$ である場合には、在庫費用 c を c_P から $c_P - \Delta c$ へ改善したとき，生産販売利益の期待値 $P(I)$ を最大にするために在庫量 I_0 を I_{0P} から $I_0 = I_{0P} + \Delta I$ に増やす必要があるとすると、生産販売利益 $P(I)$ を最大にする在庫量 $I = I_0$ が満たす (8) 式により、Δy と ΔI の関係式は線形近似において

$$\begin{aligned}0 &= m(1-y_P)\sum_{d=I_{0P}+\Delta I}^{N} f(d) - (c_P - \Delta c)\\ &= m(1-y_P)\{\sum_{d=I_{0P}}^{N} f(d) - f(I_{0P})\Delta I\}\\ &\quad -(c_P-\Delta c)\end{aligned} \tag{17}$$

になる．したがって，(12) 式を用いると，

$$m(1-y_P)f(I_{0P})\Delta I = \Delta c \tag{18}$$

となる．

ゆえに，最大生産販売利益は，(9) と (12) 式により，線形近似において，

$$\begin{aligned}
P(I_0) &= P(I_{0\mathrm{P}} + \Delta I) \\
&= mpN - (c_\mathrm{P} - \Delta c)\frac{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}+\Delta I}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}+\Delta I}^{N} f(d)} \\
&= mpN - (c_\mathrm{P} - \Delta c) \\
&\quad \times \frac{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)d - f(I_{0\mathrm{P}})I_{0\mathrm{P}}\Delta I}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d) - f(I_{0\mathrm{P}})\Delta I} \\
&= mpN - (c_\mathrm{P} - \Delta c)\frac{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)}[1 \\
&\quad -\{\frac{f(I_{0\mathrm{P}})I_{0\mathrm{P}}}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)d} - \frac{f(I_{0\mathrm{P}})}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)}\}\Delta I] \\
&= P(I_{0\mathrm{P}}) + \frac{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)}\Delta c \\
&\quad +\{I_{0\mathrm{P}} - \frac{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)}\}\Delta c \\
&= P(I_{0\mathrm{P}}) + c_\mathrm{P} I_{0\mathrm{P}}\frac{\Delta c}{c_\mathrm{P}} \qquad (19)
\end{aligned}$$

となる．

2) 企業実績が $c_\mathrm{P} > m(1-y_\mathrm{P})$ である場合には、在庫費用 c を c_P から $c_\mathrm{P}-\Delta c$ へ改善しても，最大生産販売利益は在庫費用が c_P のときの値 $P(I_0=0) = my_\mathrm{P}pN$ のままであり，変化しない．

3.3 歩留り率 y の改善か，在庫費用 c の改善か

1) 企業実績が $c_\mathrm{P} < m(1-y_\mathrm{P})$ である場合には，歩留り率 y を改善して現在値 y_P から $y_\mathrm{P}+\Delta y$ にした場合と在庫費用 c を改善して現在値 c_P から $c_\mathrm{P}-\Delta c$ にした場合の二つの場合において最大生産販売利益 $P(I_0)$ が同額だけ増加すると仮定すると，(15)，(19) 式により，歩留り率の改善量 Δy と在庫費用の改善量 Δc の間に関係式

$$c_\mathrm{P}\{\frac{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)} - I_{0\mathrm{P}}\}\frac{\Delta y}{1-y_\mathrm{P}} = c_\mathrm{P} I_{0\mathrm{P}}\frac{\Delta c}{c_\mathrm{P}} \qquad (20)$$

が成り立つ．したがって，この二つの場合について最大生産販売利益が同額増加するのは歩留り率の改善率 $\frac{\Delta y}{1-y_\mathrm{P}}$ と在庫費用の改善率 $\frac{\Delta c}{c_\mathrm{P}}$ の比

$$R = \frac{\frac{\Delta y}{1-y_\mathrm{P}}}{\frac{\Delta c}{c_\mathrm{P}}} = \frac{I_{0\mathrm{P}}}{\frac{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)d}{\sum_{d=I_{0\mathrm{P}}}^{N} f(d)} - I_{0\mathrm{P}}} \qquad (21)$$

であるときである．

2) 企業実績が $c_\mathrm{P} > m(1-y_\mathrm{P})$ である場合には，在庫費用 c を c_P から $c_\mathrm{P}-\Delta c$ へ改善しても，最大生産販売利益は在庫費用 c が c_P であるときの値 $P(I_0=0) = my_\mathrm{P}pN$ のままであり，変化しないから，歩留り率 y を改善して現在値 y_P から $y_\mathrm{P}+\Delta y$ にした場合と在庫費用 c を改善して現在値 c_P から $c_\mathrm{P}-\Delta c$ にした場合の二つの場合において最大生産販売利益 $P(I_0)$ の増加量が等しくなるのは歩留り率の改善率 $\frac{\Delta y}{1-y_\mathrm{P}}$ と在庫費用の改善率 $\frac{\Delta c}{c_\mathrm{P}}$ の比

$$R = \frac{\frac{\Delta y}{1-y_\mathrm{P}}}{\frac{\Delta c}{c_\mathrm{P}}} = 0 \qquad (22)$$

であるときである．比 $R=0$ であることは在庫費用を改善しても最大生産販売利益は増大しないことを示す．

以上で，最大生産販売利益を一定額だけ増加するために必要な歩留り率の改善率 $\frac{\Delta y}{1-y_\mathrm{P}}$ と在庫費用の改善率 $\frac{\Delta c}{c_\mathrm{P}}$ の比 R を求める数式を得たが，比 R を計算して，$R<1$ である場合には，在庫費用を改善するよりも歩留り率を改善する方が最大生産販売利益を増加するために効果的であり，また，$R>1$ である場合には，歩留り率を改善するよりも在庫費用を改善する方が最大生産販売利益を増加するために効果的である．極限的な $R=0$ の場合に最大利益を増加するためには，在庫費用を改善しても全く効果なく，歩留り率を改善して，歩留り率 $y_\mathrm{p}=1$，すなわち，Make-to-Order 型生産販売方式を志向する以外にない．また，$R\to\infty$ である場合に最大利益を増加するためには，歩留り率を改善しても全く効果なく，在庫費用を改善して，在庫費用 $c_\mathrm{p}\to 0$ として， Make-to-Stock 型生産販売方式を志向するのが効果的である．

図6と7に，(a) と (b) の場合について、歩留り率 y を現在値 y_P から $y_\mathrm{P}+\Delta y$ に改善した場合と在庫費用 c を現在値 c_P から $c_\mathrm{P}-\Delta c$ に改善した場合の二つの場合において最大生産販売利益 $P(I_0)$ の増加量が等しくなる歩留り率の改善率 $\frac{\Delta y}{1-y_\mathrm{P}}$ と在庫費用の改善率 $\frac{\Delta c}{c_\mathrm{P}}$ の比 R を図示する．(21) と (22) 式において明らかなように，比 R は生産販売利益が最大値 $P(I_0)$ になるときの在庫量 I_0 の値により定まるので，比 R の等高線の図は図2と3の在庫量 I_0 の等高線の図と類似になる．図6と7の背景に，図4と5に示した最大生産販売利益 $P(I_0)$ の等高線を示した．図6と7は，(a) と (b) のいずれの場合にも，$y > -c/m+1$ の領域では比 $R=0$ であることを示し，前段落において述べたように，この場合には最大生産販売利益を増加するには追加供給時の歩留り率 y を改善するのが効果

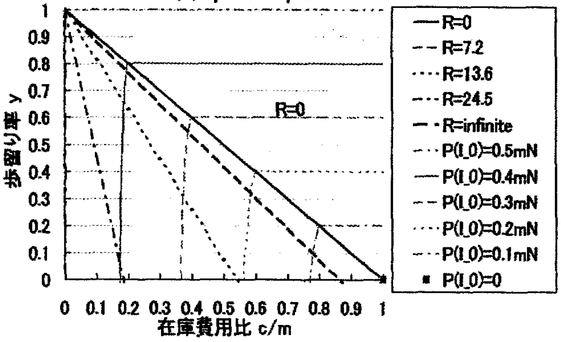

図 6 最大生産販売利益 $P(I_0)$ を同量増加するために必要な歩留り率と在庫費用を改善する量の比率 R. (a) p=0.5, q=0.5 の場合. 直線 $c/m = 0$ 上では $R = \infty$ であり, $P(I_0) = 0.5mN$ である.

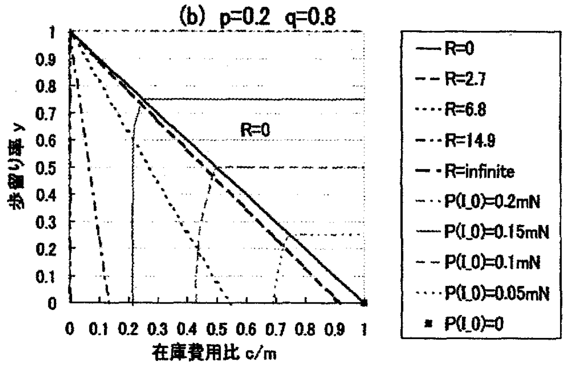

図 7 最大生産販売利益 $P(I_0)$ を同量増加するために必要な歩留り率と在庫費用を改善する量の比率 R. (b) p=0.2, q=0.8 の場合. 直線 $c/m = 0$ 上では $R = \infty$ であり, $P(I_0) = 0.2mN$ である.

的であるが, $y < -c/m + 1$ の領域では比 $R > 1$ であることを示していて, この場合には在庫費用 c の改善が効果的である.

4. ま と め

商品の在庫費用比と顧客の歩留り率をパラメータとして用いて, Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つの生産販売方式を包含する範囲内の生産販売方式を表すモデルを設定し, 生産販売利益を定式化して, その利益を最大にする問題を解いた. また, 企業努力として在庫費用と顧客の歩留り率を改善したときの利益の増加分を比較して, 在庫費用と歩留り率のいずれを改善すると利益がより増加するかという問題を解く処方を示した.

本論文においては, 販売店が追加補充する商品についてもその単位商品あたりの生産費は在庫商品と変わらないとしたが, 追加補充分の単位商品あたりの生産費が追加補充量の関数として変わることを導入して, 本論文中で求めた諸量を改めて計算することができる.

本論文中で展開した最大生産販売利益を求めるための数式は, Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型を包含する範囲内の生産販売方式に適用でき, その生産販売利益を本質的に表現している. そのため, 企業活動のいろいろな側面に適用できる. 本論文では, 生産工場と販売店から成る企業グループの生産販売利益を販売店の観点から見たが, 生産工場とその製品を保管する倉庫から成る生産企業の生産販売利益を対象として扱うこともできる.

生産企業は, 製品を在庫して置いて需要に応えることが可能であるし, また, 顧客の歩留り率を改善し, 在庫を無くして, 需要に従いながら生産して, 需要に応えることも可能である. 本論文の手法を用いて, このような生産企業における生産販売利益を最大にする生産販売方式を求めることができる. (単位商品あたりの生産費が需要量の関数として変化することを導入することもできる.) Dell 方式を典型とする純粋な Make-to-Order 型の生産販売方式は、上記のような生産企業が, 生産販売利益を最大にするために, 顧客の歩留り率を $y = 1$ にして, 在庫量を $I = 0$ にする生産販売方式を採用していることに相当する.

本論文では, 需要量 d が二項分布の確率分布をするとして, 生産販売利益を最大にする生産販売方式を求めた. 需要分布関数 $f(d)$ として二項分布を設定した理由は以下の三点である.

i) 顧客数 N がそれほど多くなく, 各顧客が単位期間に商品を購入する確率 p の時間変動が小さい場合を想定している.

ii) 在庫量の最適値 I_0 が在庫量 I の上限値になるときに, Make-to-Stock 型の生産販売方式が実現していると考える. 需要分布関数 $f(d)$ として二項分布を用いると, 在庫量の最適値 I_0 が在庫量 I の上限値になる生産販売方式を、分布関数 $f(d)$ を規定するパラメータを用いて, $I_0 = N$ であるというように特定できる. このようにして, 生産販売利益を表す式の中に Make-to-Stock 型の生産販売方式の描像を取り込むことができる.

iii) 需要量 d が商品の個数として表され, 需要分布関数 $f(d)$ が離散数 d の関数になるので, 以上の解析に現れる式が加算式だけになり, 式の計算が明確にできて, その結果を正確に表すことができる.

需要分布関数 $f(d)$ としてポアソン分布や正規分布などの連続的分布関数を用いることもできる．その場合，本論文中の各式はより複雑になるが，二項分布の場合と同等な結果が得られ，同様な結論が導かれる．

顧客の歩留り率は販売店が商品を追加補充する量により変わりうるが，本論文においては，顧客の歩留り率は追加補充量に依存せず一定であるとして，生産販売利益の最大値を計算し，そして，在庫費用比と顧客の歩留り率を変数として扱って，最大生産販売利益を増大する生産販売方式を求めた．顧客の歩留り率が商品の追加補充量に依存して変化する場合についても，本論文の計算結果を用いて，生産販売利益を最大にする生産販売方式を推定することができる．勿論，歩留り率が商品の追加補充量の関数として与えられるならば，それを本論文中の数式に導入して，生産販売利益の最大値問題を解くことができる．

本研究は文部科学省科学研究費補助金（No. 17330089）による研究の一環としてなされた．共同研究者である大島卓教授と張紀潯教授から得た意見交換を感謝する．

参 考 文 献

〔1〕 L. J. Krajewski and L. P. Ritzman, Operations Management, Strategy and Analysis, Fifth Edition, Addison Wesley(1998)

〔2〕 松井　正之，朱　江，“SCMのトヨタ対デル型連鎖と全体最適化について”，平成14年度　日本経営工学会　春季研究大会予稿集, pp.10-11（2002）

〔3〕 廣田　知之，太田　宏，“M/M/1待ち行列モデルに基づく過渡状態におけるMTO対MTS最適生産-在庫政策”，日本経営工学会論文誌，Vol.54, No.1, pp.46-52(2003)

〔4〕 聶　炎, 増井　忠幸, 後藤　正幸, “サプライヤーと小売店の総合協力モデルに関する研究”, 平成16年度　日本経営工学会　秋季研究大会予稿集, pp.162-163 (2004)

〔5〕 宮川　公男　『基本統計学』　有斐閣 (1991)

〔6〕 木下　宗七編　『入門統計学』　有斐閣 (1996)

〔7〕 藤田　宏，今野　礼二　『基礎解析 II』，岩波講座　応用数学　14　岩波書店 (1995)